**KOMBINATORYKA W RACHUNKU PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

**ZADANIA**

1. Na parkingu dostępnych jest 10 wolnych miejsc. Na ile sposobów może zająć miejsca parkingowe 5 wjeżdżających kolejno samochodów zakładając, że każde miejsce jest jednakowo dostępne?
2. Grupa 5 przyjaciół przyszła do pewnej lodziarni na desery lodowe. Na ile sposobów mogą oni dokonać zamówienia, jeżeli wiadomo, że każdy zamówił jeden deser z oferowanych dziewięciu?
3. Na ile sposobów grupa 4 przyjaciół może zająć miejsca:

a) na 4 krzesłach?

b) na 7 krzesłach?

1. Ile jest liczb czterocyfrowych, których suma cyfr wynosi 4?
2. Na okręgu zaznaczono sześć różnych punktów. Ile różnych wielokątów wypukłych o wszystkich wierzchołkach w tych punktach można narysować?
3. Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych, w których cyfra dziesiątek jest o 2 większa od cyfry jedności?
4. W klasie Julka nie można wskazać trzech uczniów, którzy obchodzą imieniny w tym samym miesiącu. Ilu najwyżej uczniów może liczyć ta klasa?
5. Ile jest liczb od 1 do 1000, w zapisie których cyfra 1 występuje zaraz po cyfrze 2?
6. Z wycieczki do Torunia uczniowie przywieźli wiele pamiątek. Darek wydał 18 zł na drewniany miecz, Mariusz kupił książkę „Kosmos” za 24 zł, Janek wybrał magnes w kształcie piernika za 11 zł, a Olek – strój krzyżaka w cenie 28 zł. Ile średnio wydał każdy z tych chłopców na pamiątkę w Toruniu, jeżeli nie kupowali nic więcej?
7. W grze „Patsch” rzucamy dwiema sześciennymi kostkami. Jedna na ściankach ma sześć obrazków: ptaka, rybkę, psa, samochód, domek i gwiazdkę oznaczającą dowolny obrazek.

Na drugiej natomiast mamy kolory: czerwony, żółty, zielony, niebieski i pomarańczowy oraz gwiazdkę oznaczającą dowolny kolor. Naszym zadaniem jest wybranie z zestawu takiej karty, która odpowiada wylosowanemu obrazkowi w wylosowanym kolorze. Jakie jest prawdopodobieństwo po jednym rzucie każdą kostką umożliwienia graczowi otrzymania punktu za wybór żółtej rybki?

1. Na ile różnych sposobów można ustawić 15 tomową encyklopedię?
2. Odtwarzamy w sposób przypadkowy 2 utwory z płyty zawierającej 15 utworów ( utwory mogą się powtarzać) Ile jest różnych możliwych zestawów?
3. Na ile sposobów Ala i Bartek mogą usiąść na dwóch spośród pięciu miejsc w kinie?
4. Ile jest możliwych wyników w rzucie jedną kostką?
5. Ile jest możliwych wyników w rzucie dwiema kostkami?
6. Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych?
7. Pięć osób: Abacki, Babacki, Cabacki, Dabacki i Ebacki kupiło bilety do kina. Na ile sposobów mogą zająć pięć ustalonych miejsc w rzędzie?
8. Pan Jakub ma 4 marynarki, 7 par różnych spodni i 10 różnych koszul. Na ile różnych sposobów może się ubrać, jeśli zawsze zakłada marynarkę, spodnie i koszulę.
9. Na ile sposobów można wybrać dwóch graczy spośród 10 zawodników
10. Na ile sposobów można ustawić w kolejce 5 osób ?
11. Ze wsi A do wsi B prowadzi 5 ścieżek przez las. Na ile sposobów można odbyć spacerA-B-A,

tak aby spacer ze wsi B do wsi A odbyć inną ścieżką niż ze wsi A do wsi B?

1. Ile jest wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których pierwsza cyfra jest parzysta, a druga nieparzysta?
2. Zapisz w prostszej postaci :
3. 5!67 b) c) n!(n+ 1) d)
4. Rozwiąż w zbiorze liczb naturalnych dodatnich równanie : =6
5. Na ile sposobów można rozdać trzem finalistom konkursu matematycznego trzy różne nagrody ?
6. Ile połączeń ośmioliterowych będących wyrazami lub nie ,można utworzyć z liter wyrazów : a) komputer b) internet?
7. W pudełku jest 50 kredek w tym 7 zielonych . Na ile sposobów można wyjąć z pudełka 4 kredki tak, aby wśród nich były co najmniej 3 kredki zielone?
8. Rzucamy 4 razy sześcienną kostką do gry. Liczbę wyrzuconych oczek zapisujemy jako kolejną cyfrę liczby czterocyfrowej. Ile można otrzymać takich liczb czterocyfrowych?
9. Z ilu osób składa się grupa, jeśli wiadomo, że można je posadzić w dwuosobowych ławkach na 30 sposobów?
10. W klasie liczącej 30 uczniów rozlosowywano trzy bilety do trzech różnych teatrów. Ile jest możliwych wyników losowania?
11. Ile istnieje różnych liczb pięciocyfrowych o nie powtarzających się cyfrach, których pierwsza cyfra jest równa co najmniej trzy, a co najwyżej pięć?
12. Na ile sposobów można rozmieścić w czterech szufladach 3 koszule i 2 swetry?
13. Na stacji kolejowej znajduje się 6 latarni sygnałowych. Ile różnych sygnałów można włączyć, jeżeli każda latarnia ma trzy światła: czerwone, żółte i zielone?
14. Ile prostych można poprowadzić przez 7 punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej?
15. Typowy PIN składa się z czterech cyfr z zakresu 0000–9999. Ile jest możliwości utworzenia kodu PIN?
16. Samochody na parkingu należy ustawić w dwóch grupach: osobowe i ciężarowe. Jest 7 samochodów ciężarowych i 5 samochodów osobowych. Ile jest możliwości ustawienia tych samochodów?
17. Mama kupiła 8 jabłek, 4 gruszki, 3 banany, 2 brzoskwinie. Ile istnieje sposobów podziału owoców między dwie córki?
18. Cheerleaderki mając do dyspozycji cztery różnokolorowe krepy, postanowiły wykonać trójkolorowe pompony. Spośród ilu możliwości musiały dokonać wyboru?
19. Szkolny klub sportowy liczy 12 osób. Na ile sposobów trener może utworzyć dwie grupy liczące 5 i 7 osób?
20. W szkolnej stołówce znajduje się dziesięć ponumerowanych stolików. Na obiad przyszło 5 osób. Na ile sposobów te osoby mogą wybrać stolik przy którym zjedzą posiłek:
21. Jeżeli każda osoba usiądzie przy innym stoliku
22. Jeżeli osoby mogą dowolnie wybierać stolik?
23. W urnie znajduje się pięć kul oznaczonych cyframi: 1, 2, 3, 4, 5. Losujemy kolejno dwie kule (kuli po losowaniu nie zwracamy) i zapisujemy wylosowane cyfry w kolejności losowania tworząc liczbę dwucyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo, A - utworzona liczba jest podzielna przez 6 i B – utworzona liczba jest podzielna przez 4. Które ze zdarzeń ma większe prawdopodobieństwo?
24. Prawdopodobieństwo tego, że Paweł wygra w szachy ze swoim ojcem wynosi , że wygra z kolegą ojca wynosi . Paweł ma rozegrać 3 partie, grając na przemian raz z ojcem, raz z kolegą ojca, a otrzyma nagrodę, jeżeli wygra dwie kolejne partie. Jaką powinien obrać strategię w grze: OKO czy KOK (O – oznacza grę z ojcem, K – grę z kolegą ojca), by mieć większą szansę na otrzymanie nagrody.
25. W każdej z dwóch urn znajdują się trzy kule – dwie czarne i jedna biała. Z urny nr 1 losujemy jedną kulę i nie oglądając jej wkładamy do drugiej urny. Czy prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z urny nr 2 jest teraz takie samo jak przed włożeniem do niej kuli z urny nr 1 ?
26. Rzucamy dwukrotnie sześcienną kostką do gry. Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:

A -Na obu kostkach wypadła parzysta liczba oczek.

B- Suma wyrzuconych oczek jest równa 5.

1. Oblicz ile jest liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 lub 15?
2. Na ile sposobów mogą stać Kasia, Zosia i Ania w kolejce po lody?
3. W loterii klasowej wśród 30 losów są 3 wygrywające , 22 przegrywające, a reszta takich, które pozwalają powtórnie wyciągnąć los. Jakie jest prawdopodobieństwo , że będziemy mieli szanse powtórnego losowania? Czy za drugim razem będziemy mieli taką samą szansę na wygraną, jeśli jesteśmy pierwsi wśród losujących?
4. Które zdarzenie jest bardziej prawdopodobne, przy jednokrotnym rzucie kostką do gry:
 A- wypadnie liczba pierwsza czy B- Wypadnie liczba nieparzysta?
5. W pewnym gimnazjum uczy się 370 uczniów. 30% wszystkich uczniów uczy się języka hiszpańskiego, a 2 / 3 z nich uczy się jeszcze języka rosyjskiego. Ze wszystkich uczniów losujemy ucznia, który pojedzie do Moskwy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowana osoba zna obydwa języki?
6. W jednej szkatułce jest 10 monet złotych i 14 srebrnych, a drugiej jest 70 monet złotych i 100 monet srebrnych. Losujemy jedną monetę. Którą szkatułę należy wybrać , aby mieć większe szanse wylosowania monety złotej?
7. Na ile sposobów można ustawić 6 osób w kolejce?
8. Na ile sposobów można ustawić liczbę trzycyfrową tak, aby pierwsza cyfra była podzielna przez 2, druga przez 3, trzecia przez 4
9. Kasia ma do dyspozycji: 3 pary spodni, 5 spódnic i 6 bluzek. Na ile sposobów może się ubrać?
10. Na jednej prostej zaznaczono 3 punkty, a na drugiej 4 punkty.

Ile jest wszystkich trójkątów, których wierzchołkami są trzy spośród zaznaczonych punktów?

1. Ile trzycyfrowych liczb parzystych, o różnych cyfrach, można utworzyć z cyfr {1, 2, 3, 4, 5}?
2. Ze zbioru liczb naturalnych spełniających nierówność losujemy dwie różne liczby i tworzymy parę (x,y).
3. Ile jest wszystkich możliwych wyników?
4. Ile punktów o współrzędnych (x,y) należy do wykresu y=x+4?
5. W dwóch pudełkach są następujące klocki: K, T, O - pierwsze pudełko K, K, T, T, O, O - drugie pudełko. Dla którego składu pudełek prawdopodobieństwo ułożenia wyrazu KOT przy trzykrotnym losowaniu ze zwracaniem / bez zwracania jest większe?
6. Anegdota o 12 bardzo grzecznych panach.

Pewnego razu 12 bardzo grzecznych panów spotkało się na proszonym obiedzie. Ponieważ gospodarz nie wyznaczył, gdzie który miał usiąść, zaproszeni panowie zaczęli prześcigać się w grzeczności ustępując miejsca jeden drugiemu. Gospodarz - matematyk - zaproponował wypróbowanie wszystkich możliwych sposobów rozmieszczenia 12 osób przy jednym stole. Powstało zamieszanie. Po obiedzie matematyk zaproponował, aby obliczyć ile jest wszystkich możliwych rozmieszczeń przy stole i ile czasu trwałaby zamiana miejsc (wszystkich możliwych rozmieszczeń), gdyby jedna zmiana trwała jedną sekundę, a goście zmieniali się dniami i nocami bez przerwy.

1. Kolorów jest pięć: biały, czerwony, zielony, niebieski i żółty. Ile różnych trójkolorowych flag można uszyć z tych pięciu kolorów?
2. Rzucamy kostką do gry, która nie jest symetryczna. Została ona obciążona tak, że szóstka wypada dwa razy częściej niż piątka, piątka wypada dwa razy częściej niż czwórka, a jedynka, dwójka, trójka i czwórka wypadają jednakowo często. Określ częstości teoretyczne możliwości pojawiania się jedynki i szóstki w rzucie tą kostką.
3. Na oddzielnych karteczkach jednakowej wielkości zapisz wszystkie dzielniki liczby 24. Losujesz na chybił trafił jedną karteczkę. Jakie masz szanse na to, że wylosowana liczba będzie także dzielnikiem liczby 30?
4. Na jednakowych karteczkach zapisz wszystkie dzielniki liczby 36. Losujesz na chybił trafił jedną karteczkę. Jakie masz szanse na to, że wylosowana liczba będzie także dzielnikiem liczby 30?
5. Asia, Basia i Kasia trafiały rzutkami do celu. Asia trafia zwykle z częstością , Kasia z częstością , a Basia z częstością . Każda z dziewcząt miała jedną próbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:
6. wszystkie trafią do celu,
7. trafi tylko Asia,
8. trafi tylko jedna z dziewcząt?

**ODPOWIEDZI**

1. Pierwszy samochód ma do wyboru jedno z 10 miejsc parkingowych. Drugi samochód ma do wyboru już jedno z pozostałych 9 miejsc, trzeci jedno z 8 pozostałych miejsc parkingowych, czwarty jedno z 7, natomiast piąty jedno z pozostałych 6 wolnych. Zatem 5 nadjeżdżających samochodów może zając miejsca parkingowe na  sposobów.
2. Pierwsza osoba może zamówić jeden deser z 9, zatem ma 9 możliwości do wyboru.

Druga osoba podobnie ma 9 możliwości wyboru. Analogicznie każda następna osoba ma 9 możliwości do wyboru. Zatem razem mamy  sposobów dokonania zamówienia.

1. a) Pierwsza osoba ma do wyboru 4 krzesła, druga 3 krzesła, trzecia może usiąść na jednym z pozostałych dwóch krzeseł, natomiast czwarta na ostatnim wolnym krześle. Zatem 4 osoby mogą zająć miejsca na 4 krzesłach na  sposoby.

b) Pierwsza osoba może usiąść na jednym z 7 krzeseł, druga na jednym z 6, trzecia na jednym z 5, natomiast czwarta może wybrać jedno z pozostałych 4 wolnych krzeseł. Zatem 4 osoby mogą zająć miejsca na 6 krzesłach na  sposobów

1. Rozpatrujemy poszczególne przypadki dla sumy cyfr równej 4

1) liczba złożona z cyfr 4 i reszta zera - 4000 P1 =1

2) Liczby złożone z cyfr 3,1,0,0 – 3100, 3010,3001, 1300, 1030, 1003 P2 = 6

3) Liczby złożone z cyfr 2, 2, 0, 0 – 2200, 2020, 2002 P3 = 3

4) Liczby złożone z cyfr 2, 1, 1, 0 – 1120, 1102, 1012, 1210, 1201, 1021, 2110, 2101, 2011 P4 = 9

5) Liczba złożona z samych cyfr 1 – 1111 P5 =1

Korzystamy z reguły dodawania 1+6+3+9+1=20

Odp. Liczb czterocyfrowych o sumie cyfr 4 jest 20.

1. Punktów jest 6, więc w rachubę wchodzą tylko trójkąty, czworokąty, pięciokąty i sześciokąty.



Sześciokąt jest oczywiście jeden, więc tak naprawdę pozostało policzyć trójkąty, czworokąty i pięciokąty.

Trójkątów jest tyle, na ile sposobów spośród 6 punktów można wybrać 3, czyli



Podobnie jest z czworokątami – ponieważ mają być wypukłe, cztery punkty wyznaczają dokładnie jeden czworokąt (bo musimy łączyć punkty w kolejności w jakiej leżą na okręgu). Jest ich więc



Pięciokątów jest



W sumie mamy więc 1+20+15+6=42 wielokąty.

Odp. Są 42 wielokąty spełniające warunki zadania.

1. Mamy do dyspozycji wszystkie cyfry od 0 do 9. Łącznie 10 cyfr.

Każda liczba trzycyfrowa ma postać: S D J;

Cyfrę setek możemy wybrać na 9 sposobów, bo spośród wszystkich cyfr nie możemy wybrać zera.

Cyfrę dziesiątek jest zależna od cyfry jedności, musi być o 2 większa.

Cyfrę jedności możemy wybrać na 8 sposobów spośród cyfr

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, bo gdyby na ostatniej pozycji stała np. 8 to na pozycji dziesiątek wyszłaby nam 10 (8+2=10).

Zatem cyfrę setek wybieramy na 9 sposobów, cyfrę dziesiątek na 1 sposób, a cyfrę jedności na 8 sposobów.

Stosujemy regułę mnożenia: 918=72

Odp. Liczb trzycyfrowych spełniających warunki zadania jest 72.

1. W klasie Julka może być co najwyżej 2 uczniów, którzy obchodzą imieniny w jednym miesiącu. Jeżeli w każdym miesiącu dwóch uczniów będzie obchodzić imieniny, to otrzymamy 2 x 12 = 24 uczniów.
2. Wśród liczb dwucyfrowych taką liczbą jest tylko 21.

Wśród liczb trzycyfrowych mamy więcej możliwości:

- dwójka może być cyfrą setek, jedynka – cyfrą dziesiątek, natomiast na miejscu cyfry jedności można wstawić jedną z 10 cyfr arabskich ( 10 możliwości),

- dwójka może być cyfrą dziesiątek, jedynka – cyfrą jedności, natomiast na miejscu cyfry setek można wstawić jedną z cyfr arabskich od 1 do 9 ( 9 możliwości).

A zatem otrzymujemy łącznie 1 + 10 + 9 = 20 liczb.

1. 18 + 24 + 11 + 28 = 81

81 : 4 = 20,25

Odp. : Każdy z chłopców wydał średnio 20,25 zł na pamiątki.

1. Liczba wszystkich możliwości to 6 x 6 = 36. Natomiast interesujące nas wyniki to:

( rybka, żółty); ( rybka, gwiazdka); ( gwiazdka, żółty) i ( gwiazdka, gwiazdka). A zatem p = .

1. Wszystkie tomy mogą zamieniać się miejscami ,czyli permutacja 15!
2. Najpierw wybieramy jedną piosenkę z 15 ,potem drugą z 15 czyli 15razy 15=225
3. Ala może zająć jedno z pięciu miejsc ,a Bartek jedno z czterech ( nie może usiąść tam gdzie siedzi Bartek czyli 5razy 4 =20
4. W rzucie jedną kostką możemy otrzymać jeden spośród następujących wyników: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Mamy więc 6 możliwych wyników
5. W rzucie dwiema kostkami możemy otrzymać 6 wyników na jednej kostce i 6 wyników na drugiej kostce. Mamy więc 36 możliwych wyników.
6. Mamy do dyspozycji następujące cyfry: 0, 1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9.

Łącznie 10 cyfr.

Każda liczba trzycyfrowa ma postać: S D J; gdzie S oznacza cyfrę setek, D cyfrę dziesiątek, a J cyfrę jedności.

Na pozycji setek możemy ustawić jedną spośród 9 cyfr (bez 0); mamy więc 9 możliwości.

Na pozycji dziesiątek jedną spośród 10 cyfr; mamy więc 10 możliwości.

Na pozycji jedności też jedną spośród 10 cyfr; mamy więc 10 możliwości.

Mamy więc 9razy 10razy 10=900 liczb naturalnych trzycyfrowych

1. Abacki może usiąść na 5 sposobów, bo wszystkie miejsca są wolne, Babacki ma 4 możliwości, bo 1 miejsce zajął Abacki, Cabackiemu pozostają 3, Dabackiemu 2, w końcu Ebacki musi usiąść na ostatnim wolnym miejscu. Zatem liczba możliwości wynosi: 5 razy 4 razy3 razy2 razy 1 =120
2. Stosujemy regułę mnożenia: marynarkę może wybrać na 4 sposoby, spodnie na 7 sposobów, a koszulę na 10 sposobów; mamy zatem: 280 sposobów ubrania
3. Pierwszego gracza można wybrać na 10 sposobów, drugiego na 9 sposobów; z reguły mnożenia mamy 90 sposobów, ale uwaga wybór (gracz 1, gracz 2) jest taki sam jak wybór (gracz 2, gracz 1), bo kolejność jest nieistotna, więc musimy liczbę otrzymanych sposobów podzielić przez 2. Zatem: 90 : 2 **= 45 sposobów**
4. Kolejność tutaj ma znaczenie, stosujemy regułę mnożenia:

Ustawiona I osoba: 5 sposobów

Ustawiona II osoba: 4 sposoby

Ustawiona III osoba: 3 sposoby

Ustawiona IV osoba: 2 sposoby

Ustawiona V osoba: 1 sposób

Z reguły mnożenia: 1 razy 2razy 3 razy 4 razy5 = 120 sposobów

1. Ze wsi A do B możemy wybrać jedną spośród 5 ścieżek, zatem mamy 5 możliwości, Ze wsi B do A możemy wybrać jedną spośród 4 ścieżek, mamy 4 możliwości (odpada ścieżka, którą szliśmy z A do B).Stosujemy regułę mnożenia:

Odp.: Taki spacer możemy odbyć na 20 sposobów

1. Rozwiązanie : Trzeba ustalić , na ile sposobów można zapisać pierwszą cyfrę, a na ile sposobów drugą i obie liczby pomnóż przez siebie. Pierwsza cyfrę można wybrać na 4 sposoby(2,4,6,8), a drugą na 5 sposobów (1,3,5,7,9), zatem liczbę dwucyfrową o pierwszej cyfrze parzystej a drugiej nieparzystej można utworzyć na4⋅5=20sposobów.
2. a)5!

 b) =

1. n!(n+ 1)=(n+1)!
2. =
3. = =(n+1)(n+2)

(n+1)(n+2)= 6

n2+2n+n+2= 6

n2+3n-4 =0

n1=-4 n2=1

Odpowiedź: Ponieważ n ϵ N+ ,więc liczbą spełniającą równanie jest n2=**1**

1. Jeśli oznaczymy nagrody literami a, b, c , to otrzymamy: (a, b, c), (a, c, b),(b,a,c),

(b, c, a) , (c, a, b), ( c, b, a) P3=3! =6 Odpowiedź Nagrody można rozdać na 6 sposobów.

1. a) W wyrazie **komputer** litery się nie powtarzają ,zatem przestawiając litery tego wyrazu, tworzymy ciągi ośmiowyrazowe. P8=8!=40320
2. W wyrazie **internet**  powtarzają się litery: e, t, n, –po dwa razy - litery te można przedstawić na dwa sposoby( 2!)

Zatem liczba wszystkich permutacji ośmioelementowych, gdy element „e”,powtarza się dwa razy , element „t” powtarza się dwa razy, i element „t ‘’powtarza się dwa razy jest 2!=8 mniejsze od liczby permutacji ośmioliterowych o niepowtarzających się elementach, =5040

Odpowiedź;

a)Z liter wyrazu komputer można utworzyć 40320 wyrazów mających sens lub nie.

b)Z liter wyrazu internet można utworzyć 5040 wyrazów.

1. Wyjmując 4 kredki tak, aby wśród nich były co najmniej trzy kredki zielone możemy wyjąć: 3 kredki zielone i 1 kredkę innego koloru lub tylko 4 kredki zielone i żadnej innego koloru.

Zatem 3 kredki zielone i 1 kredkę innego koloru możemy wyjąć na =( = =5642=2352, a 4 kredki zielone i żadnej innego koloru na =70

Wszystkich sposobów wyjęcia z pudełka 4 kredek tak, aby wśród nich były co najmniej 3 kredki zielone, jest

 + = 2352+70= 2422

Odpowiedź: Kredki można wyjąc na 2422 sposoby.

1. Przy każdym rzucie kostką można otrzymać liczbę ze zbioru {1,2,3,4,5,6} . Wyniki rzutu kostką mogą się powtarzać. Zatem każdą czterocyfrową liczbę traktujemy jako czteroelementową wariację z powtórzeniami zbioru sześcioelementowego.

=64 =1296

Odpowiedź: Można otrzymać 1296 liczb czterocyfrowych.

1. Odpowiedź: 6 osób
2. Odpowiedź: 24360
3. Odpowiedź: 9072
4. Odpowiedź: 1024
5. Odpowiedź: 729
6. Odpowiedź: 21
7. Na każdej z czterech pozycji kodu może znajdować się jedna z dziesięciu cyfr.

10 ∙ 10 ∙ 10 ∙ 10 ∙ 10 = 104 = 10000

1. Samochody osobowe możemy ustawić na 5! sposobów, a ciężarowe na 7!.
Wszystkie samochody możemy ustawić na 2 sposoby: najpierw osobowe, później ciężarowe lub odwrotnie. Zatem wszystkich możliwości mamy: 2⋅5!⋅7!
2. Pierwsza córka może otrzymać może dostać 0 jabłek, 1 jabłko, 2 jabłka, 3 jabłka, 4 jabłka, …, 7 jabłek, 8 jabłek, gruszki można rozdzielić na 5 sposobów, banany można podzielić na 4, brzoskwinie można wylosować na 3 sposoby. Jedna córka może otrzymać owoce na  **9 \* 5 \* 4 \* 3 = 540** sposobów
3. 1 kolor – 4 możliwości 2 kolor – 3 możliwości 3 kolor – 2 możliwości 4 · 3 · 2 = 24
4. = 792
5. a) 1 osoba - 10 możliwości 2 osoba – 9 możliwości 3 osoba – 8 możliwości 4 osoba – 7 możliwości
6. osoba – 6 możliwości ; 10·9·8·7· 6 = 30240

b) 1 osoba - 10 możliwości 2 osoba – 10 możliwości 3 osoba – 10 możliwości 4 osoba – 10 możliwości

5 osoba – 10 możliwości ; 10·10·10·10·10

Odp. Prawdopodobieństwa są jednakowe

1. Strategia OKO



Strategia KOK

Odp. Paweł powinien wybrać strategię KOK.

1. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z urny nr 2 przed dołożeniem kuli wynosi .

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z urny nr 2 po dołożeniu kuli



Odp. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z urny nr 2 nie zmieniło się.

1. A={(2,2)(2,4)(2,6)(4,2)(4,4)(4,6)(6,2)(6,4)(6,6)}

B={(1,4)(2,3)(3,2)(4,1)}

1. {12,15,18,24,30,36,42,45,48,54,60,66,72,75,78,84,90,96}

Odp: Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 lub 15 jest 18.

1. {(K,Z,A), (K,A,Z), (A,K,Z), (A,Z,K), (Z,K,A), (Z,A,K)} Odp: Kasia, Zosia i Ania mogą stać w kolejce na 6 sposobów.
2. A- Zdarzenie, ze losujemy powtórnie
nA = 5 NA = 30 P(A)= 5/30=1/6
I losowanie
B- Zdarzenie, że los wygrywa
nB = 3 NB= 30 P(B)= 3/30=1/10
II losowanie
C- zdarzenie, że los wygrywa nC= 3 NC= 29
P(C)= 3/29 3/29 > 3/30 tzn. P(c) jest większe niż P(B)
3. A={3, 5 } nA= 2 NA=6 P( A) = 1/ 3
B={1, 3, 5 } nB= 3 NB = 6 P ( B) = ½
4. 370 · 0,3 = 111 znają hiszpański
2 / 3 · 111 = 74 znają obydwa języki
A- zdarzenie, że wylosowany uczeń zna obydwa języki
nA = 74 N A = 370 P( A) = 74 / 370 P(A) = 1/ 5
5. A- wylosowanie monety złotej z I szkatuły B- wylosowanie złotej monety z II szkatuły
n A= 10 nB = 70
NA = 24 NB = 170
P( A) = 10 / 24 = 5 / 12 P ( B ) = 70 / 170 = 7 / 17

porównujemy 5/ 12 7 / 17
 35 / 84 35 / 85 równe liczniki , to większy ułamek, który ma mniejszy mianownik tzn. P ( A) > P ( B) . Należy wybrać I szkatułę

1.  6 osób można ustawić na 720 sposobów
2. setki: 2,4,6,8

dziesiątki: 0,3,6,9

jedności: 0,4,8

zatem  Taką liczbę można ustawić na 48 sposobów.

1. spodnie: 3 sposoby

spódnice: 5 sposobów

bluzki: 6 sposobów

 Kasia może się ubrać na 90 sposobów.

1. Trójkąt ma trzy wierzchołki, które nie mogą leżeć na jednej prostej.

Jeżeli dwa wierzchołki leżą na prostej z czterema punktami, to podstawę możemy wybrać na 6 sposobów i do każdej podstawy wybrać trzeci wierzchołek na trzy sposoby. Mamy wtedy 6\*3=18 trójkątów.

Jeżeli dwa wierzchołki leżą na prostej z trzema punktami, to podstawę możemy wybrać na 3 sposoby i do każdej podstawy wybrać trzeci wierzchołek na cztery sposoby. Mamy wtedy 3\*4=12 trójkątów.

Razem można stworzyć 18+12=30 trójkątów.

1. Cyfrę jedności można wybrać na 2 sposoby (musi to być 2 lub 4). Cyfrę dziesiątek na 4 sposoby (może być dowolna cyfra, oprócz cyfry wykorzystanej na jedności). Cyfrę setek możemy wybrać na 3 sposoby (2 cyfry są już wykorzystane na cyfrę jedności i dziesiątek). Zatem wszystkich możliwości jest 2\*4\*3=24.
2. a) Po rozwiązaniu nierówności otrzymujemy x<7, czyli do zbioru rozwiązań należą liczby {0,1,2,3,4,5,6}. Pierwszą liczbę możemy wylosować na 7 sposobów, a drugą na 6. Zatem wszystkich możliwych wyników jest 7\*6=42.
3. Należy zauważyć, że punkt będzie należał do wykresu, gdy druga z wylosowanych liczb będzie o 4 większa od pierwszej. Zachodzi to tylko dla: x=0 y=4, x=1 y=5 i x=2 y=6. Zatem 3 punkty należą do wykresu funkcji.
4. **I pudełko** - jeśli zwracam wylosowane literki, to zawsze możliwość wylosowania prawidłowej wynosi ,

Muszę wylosować kolejno K **i** O **i** T. Iloczyn to 

**I pudełko** - jeśli nie zwracam wylosowanej literki, to K  **i** O  **i** T . Wynik to 

**II pudełko –** jeśli zwracam wylosowane literki, to zawsze możliwość wylosowania prawidłowej wynosi ,

Muszę wylosować kolejno K **i** O **i** T. Iloczyn to 

**II pudełko** - jeśli nie zwracam wylosowanej literki, to K  **i** O  **i** T . Wynik to 

1. Posadźmy przy stole trzy osoby A, B, C

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *1 wariant* | *2 wariant* | *3 wariant* | *4 wariant* | *5 wariant* | *6 wariant* |
| ***A*** | ***A*** | ***B*** | ***B*** | ***C*** | ***C*** |
| *B* | *C* | *A* | *C* | *A* | *B* |
| *C* | *B* | *C* | *A* | *B* | *A* |

Mamy 6 różnych możliwości. 3 x 2 = 6

Dokładamy czwartą osobę D. Gdy posadzimy ją na pierwszym krześle, to nie zmieniając jej miejsca, pozostałych możemy przesadzić 6 razy (tabelka). Teraz na pierwszym krześle posadzimy A – pozostali mają 6 możliwości itd.

Ostatecznie, przy czterech osobach mamy 4 x 3 x 2 =24 możliwości.

Piąta osoba – 120 możliwości.

Przy dwunastu osobach będzie to 479 001 600 możliwości. Teraz łatwo policzyć, jaki czas zajęłoby im to przesiadanie.

1. Jest 60 możliwości. Poniżej wypisane są możliwości z białym kolorem na górze flagi.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***góra*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** | ***B*** |
| ***środek*** | ***C*** | ***C*** | ***C*** | ***Z*** | ***Z*** | ***Z*** | ***N*** | ***N*** | ***N*** | ***Ż*** | ***Ż*** | ***Ż*** |
| ***dół*** | ***Z*** | ***N*** | ***Ż*** | ***C*** | ***N*** | ***Ż*** | ***C*** | ***Z*** | ***Ż*** | ***C*** | ***N*** | ***Z*** |

1. 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6

Jedynka - , szóstka - 

1. , dzielniki 30 wśród nich to 1, 2, 3, 6. Szansa, by losując jedną kartkę wylosować dzielnik 30 wynosi , czyli .
2. , dzielniki 30 wśród nich to 1, 2, 3, 6. Szansa, by losując jedną kartkę wylosować dzielnik 30 wynosi .
3. a) **trafi** Asia **i** trafi Basia **i** trafi Kasia – prawdopodobieństwo, że wszystkie trafią do celu jest iloczynem częstości trafień każdej z dziewczyn i wynosi .

b) **trafi** Asia  **i** **nie** trafi Basia **i** **nie** trafi Kasia – prawdopodobieństwo, że trafi tylko Asia jest iloczynem częstości trafień Asi i braku trafień Basi oraz Kasii wynosi .

c) **trafi** Asia, pozostałe dziewczyny nie trafią - prawdopodobieństwo  - patrz podpunkt b,

 **lub** trafi Basia, pozostałe nie trafią - policz analogicznie jak w b), wychodzi ,

 **lub** trafi Kasia, pozostałe nie trafią – policz analogicznie jak w b), wychodzą 

Ostateczny wynik jest sumą (lub) prawdopodobieństw tych trzech zdarzeń. Wynik 